

华东交通大学考试专用答题纸(适用于匿名改卷)

课程: 7.3 平面及其方程

[illegible]

考生注意：答题时应注明题号，并按题号顺序答题。

题号	答 题 内 容
P151	廖国勇
一 1	点 $M(1, 2, 1)$ 到平面 $x + 2y + 2z - 10 = 0$ 的距离为 _____ 解 $d = \frac{ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{ 1 + 4 + 2 - 10 }{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 1$
2	设平面 $x - 2y + z - 1 = 0$ 与平面 $2x + \lambda y - 4z + 3 = 0$ 垂直, 则 $\lambda =$ _____ 解 $(1, -2, 1) \cdot (2, \lambda, -4) = 2 - 2\lambda - 4 = 0 \Rightarrow \lambda = -1$
3	平面 $2x - y + z - 7 = 0$ 与平面 $x + y + 2z - 11 = 0$ 的夹角是 _____ 解 $\cos \theta = \frac{n_1 \cdot n_2}{ n_1 n_2 } = \frac{(2, -1, 1) \cdot (1, 1, 2)}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ $\theta = \arccos \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$
4	过点 $(1, -1, 2)$ 且平行平面 $x - y + 3z - 4 = 0$ 的平面方程为 _____ 解: $1 \times (x - 1) + (-1) \times (-1) + 3(z - 2) = 0$ 化简 $x - y + 3z - 8 = 0$

题号

P151

答 题 内 容

廖国勇

二 1. 求过点 $A(2, 1, -1)$, $B(3, 2, 1)$, $C(1, -2, 3)$ 的平面方程

解 方法一 利用三点式平面公式求平面方程

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-1 & z+1 \\ 3-2 & 2-1 & 1+1 \\ 1-2 & -2-1 & 3+1 \end{vmatrix} = 0$$

化简 $5x - 3y - z - 8 = 0$

方法二, 利用点法式求平面方程

平面法向量

$$n = \vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & -3 & 4 \end{vmatrix} = (10, -6, -2)$$

$$= 2(5, -3, -1)$$

平面方程为 $5(x-2) - 3(y-1) - (z+1) = 0$

化简 $5x - 3y - z - 8 = 0$

方法三, 一般式求平面方程

设平面方程为 $ax + by + cz + d = 0$

把 A, B, C 点坐标代入得

$$\begin{cases} 2a + b - c + d = 0 \\ 3a + 2b + c + d = 0 \\ a - 2b + 3c + d = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a:b:c:d = 5:(-3):(-1):(-8)$$

$\therefore$ 平面方程为 $5x - 3y - z - 8 = 0$

注 三个方程四个未知量无法求出未知量, 但可以求得未知量的比例关系

题号

P151

答 题 内 容

廖国勇

二 2

设一平面与平面 $x-2y+2z=1$ 平行, 且点 $(2, -1, 1)$ 到该平面的距离为 1 求该平面方程.

解: 设平面方程为 $x-2y+2z+D=0$

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$$= \frac{|2+2+2+D|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 1$$

$$\Rightarrow D = -3 \text{ 或 } D = -9$$

$\therefore$ 平面方程为 $x-2y+2z-3=0$ 或 $x-2y+2z-9=0$

3 P152

已知平面过点 $M(3, -2, 5)$, $N(2, 3, 1)$, 且平行 z 轴, 求其方程

解 因为平面平行 z 轴, 故可设平面方程为 $Ax + By + D = 0$

把 M 与 N 点的坐标代入平面方程有

$$\begin{cases} 3A - 2B + D = 0 \\ 2A + 3B + D = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3A - 2B + D = 0 \\ 2A + 3B + D = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A : B : D = 5 : 1 : (-13)$$

$\therefore$ 平面方程为 $5x + y - 13 = 0$

题号

P132

二 4 已知两点 $A(-7, 2, -1)$ 和 $B(3, 4, 10)$, 一平面通过点 B 且垂直于 AB , 求其方程

解 平面法向量 $n = \overrightarrow{AB} = (10, 2, 11)$

由平面方程的点法式知过 A 点平面方程

$$10(x+7) + 2(y-2) + 11(z+1) = 0$$

化简 $10x + 2y + 11z + 77 = 0$

过 B 点的平面方程为

$$10(x-3) + 2(y-4) + 11(z-10) = 0$$

化简 $10x + 2y + 11z - 148 = 0$

5 连接两点 $M(3, 10, -5)$ 和 $N(0, 12, z)$ 的线段平行平面 $7x + 4y + z - 1 = 0$ 确定 N 点的未知坐标。

解 $\overrightarrow{MN} = (-3, 2, z+5)$

平面法向量 $n = (7, 4, 1)$

由 $\overrightarrow{MN} \cdot n = 0 \Rightarrow -21 + 8 + z + 5 = 0$

$$\Rightarrow z = 8$$

线平行平面 $\Leftrightarrow$ 线所在的方向向量垂直平面的法向量.

题号	答题内容	廖国勇
二 6	自点 $P(2, 3, -5)$ 分别向各坐标面作垂线, 求过三垂足的平面方程. 解 三垂足点的坐标为 $(2, 3, 0), (2, 0, -5), (0, 3, -5)$ 由三点式平面方程 $\begin{vmatrix} x-2 & y-3 & z-0 \\ 2-2 & 0-3 & (-5)-0 \\ 0-2 & 3-3 & -5-0 \end{vmatrix} = 0$ 化简 $15x + 10y - 6z - 60 = 0$	
7	确定 k, 使点 $M(1, -1, 1)$ 到平面 $2x - y + 2z + k = 0$ 的距离为 3 解 $d = \frac{ Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{ 2 + 1 + 2 + k }{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 3$ $\Rightarrow d = 4$ 或 $d = -14$	
8	一平面经过原点及点 $A(6, -3, 2)$, 且与平面 $4x - y + 2z = 8$ 垂直, 求其方程. 解 设平面方程为 $ax + by + cz + d = 0$, 由题意知, $\begin{cases} a \cdot 0 + b \cdot 0 + c \cdot 0 + d = 0 \\ 6a - 3b + 2c + d = 0 \\ 4a - b + 2c = 0 \end{cases} \Rightarrow a:b:c:d = 2:2:(-3):0$ $\Rightarrow \begin{cases} a:b:c:d = 4:2:-7:0 \end{cases}$ $\therefore$ 平面方程为 $2x + 2y - 3z = 0$	